

Qualifikationsphase (Q1) – Grundkurs

Unterrichtsvorhaben I

Thema: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q1-GK-A1)*

Zentrale Kompetenzen: Modellieren, Werkzeuge nutzen

Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A), Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Funktionen als mathematische Modelle
- Lineare Gleichungssysteme

Inhaltsbezogene Kompetenzen: *Die Schülerinnen und Schüler*

- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren: *Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)

Werkzeuge nutzen: *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
 - zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen

Unterrichtsvorhaben II

Thema: *Optimierungsprobleme (Q1-GK-A2)*

Zentrale Kompetenzen: Modellieren, Problemlösen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt: Funktionen als mathematische Modelle

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (Lösen)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (Lösen)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)

Unterrichtsvorhaben III

Thema: *Exponentialfunktionen (Q1-GK-A3)*

Zentrale Kompetenzen: Problemlösen, Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt: Fortführung der Differentialrechnung

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
 - natürliche Funktionen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (Lösen)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren).

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
 - grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Unterrichtsvorhaben IV

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand* (Q1-GK-A4)

Zentrale Kompetenzen: Kommunizieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt: Grundverständnis des Integralbegriffs

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen:

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (Produzieren)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (Produzieren)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren)

Unterrichtsvorhaben v

Thema: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q1-GK-A5)*

Zentrale Kompetenzen: Argumentieren, Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt: Integralrechnung

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (Vermuten)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (Vermuten)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
 - Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Unterrichtsvorhaben VI

Thema: *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q1-GK-G1)*

Zentrale Kompetenzen: Modellieren, Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt: Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
 - Darstellen von Objekten im Raum

Unterrichtsvorhaben VII

Thema: *Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q1-GK-G2)*

Zentrale Kompetenzen: Problemlösen, Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:

- Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)
- Lineare Gleichungssysteme

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Ebenen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (Lösen)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (Lösen)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (Reflektieren)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

Unterrichtsvorhaben VIII

Thema: *Untersuchung von Lagebeziehungen* (Q1-GK-G3)

Zentrale Kompetenzen: Argumentieren, Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt: Lagebeziehungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden [...]

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (Begründen)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (Begründen)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (Produzieren)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren)
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (Diskutieren)

Unterrichtsvorhaben IX

Thema: *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt (Q1-GK-G4)*

Zentrale Kompetenzen: Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt: Skalarprodukt, Koordinatenform von Ebenen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- stellen Koordinatengleichungen von Ebenen auf und nutzen diese zur Orientierung im Raum

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (Lösen)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (Lösen)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren)