

## Qualifikationsphase (Q1) – Leistungskurs

### Unterrichtsvorhaben I

**Thema:** *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q1-LK-A1)*

**Zentrale Kompetenzen:** Modellieren, Werkzeuge nutzen

**Inhaltsfelder:** Funktionen und Analysis (A), Lineare Algebra (G)

**Inhaltliche Schwerpunkte:** Funktionen als mathematische Modelle, Lineare Gleichungssysteme

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler*

- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Modellieren:** *Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)

**Werkzeuge nutzen:** *Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
  - zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
  - nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

## Unterrichtsvorhaben II

**Thema:** *Optimierungsprobleme (Q1-LK-A2)*

**Zentrale Kompetenzen:** Modellieren, Problemlösen

**Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:** Funktionen als mathematische Modelle

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler*

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen
- Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Modellieren:** *Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)

**Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (Erkunden)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...) (Lösen)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (Lösen)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (Lösen)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)

## Unterrichtsvorhaben III

**Thema:** *Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q1-LK-A3)*

**Zentrale Kompetenzen:** Problemlösen, Werkzeuge nutzen

**Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:** Fortführung der Differentialrechnung

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler*

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitung der natürlichen Exponentialfunktion
- führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an
- bestimmen Ableitungen weiterer Funktionen:
  - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
  - natürliche Logarithmusfunktion

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

### *Problemlösen*

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)(Lösen)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren)

### *Werkzeuge nutzen*

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
  - grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

## Unterrichtsvorhaben IV

**Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q1-LK-A4)*

**Zentrale Kompetenzen:** Kommunizieren

**Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:** Grundverständnis des Integralbegriffs

### **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

### **Prozessbezogene Kompetenzen:**

#### ***Kommunizieren***

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (Rezipieren)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (Produzieren)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (Produzieren)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren)

## Unterrichtsvorhaben v

**Thema:** *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q1-LK-A5)*

**Zentrale Kompetenzen:** Argumentieren, Werkzeuge nutzen

**Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:** Integralrechnung

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler*

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion
- deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale numerisch [...]
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion
- bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Argumentieren:** *Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Vermutungen auf (Vermuten)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (Vermuten)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (Begründen)
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (Begründen)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

**Werkzeuge nutzen:** *Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...
  - Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
  - Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

## **Unterrichtsvorhaben VI**

**Thema:** *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q1-LK-G1)*

**Zentrale Kompetenzen:** Modellieren, Werkzeuge nutzen

**Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:** Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)

### **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Geraden in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar

### **Prozessbezogene Kompetenzen:**

#### ***Modellieren***

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)

#### ***Werkzeuge nutzen***

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
  - Darstellen von Objekten im Raum

## **Unterrichtsvorhaben VII**

**Thema:** *Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)*

### **Zentrale Kompetenzen:**

- Problemlösen

**Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:** Skalarprodukt

### **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden ohne Hilfsebene (wenn noch Zeit ist)!

### **Prozessbezogene Kompetenzen:**

*Problemlösen*

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (Erkunden)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (Erkunden)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)

## Unterrichtsvorhaben VIII

**Thema:** *Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)*

**Zentrale Kompetenzen:** Argumentieren, Kommunizieren

**Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:** Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen)

### **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar
- stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum

### **Prozessbezogene Kompetenzen:**

#### ***Argumentieren***

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)

#### ***Kommunizieren***

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (Produzieren)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)

## **Unterrichtsvorhaben IX**

**Thema:** Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)

**Zentrale Kompetenzen:** Argumentieren, Kommunizieren

**Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

**Inhaltlicher Schwerpunkt:** Lagebeziehungen und Abstände

### **Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden-Geraden, Geraden-Ebenen, Ebenen-Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

### **Prozessbezogene Kompetenzen:**

#### ***Argumentieren***

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (Begründen)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (Begründen)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (Beurteilen)

#### ***Kommunizieren***

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (Rezipieren)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (Produzieren)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (Produzieren)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (Produzieren) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (Diskutieren)